

### Problema 1

Il consiglio di amministrazione di un'impresa deve decidere quali progetti avviare, in un insieme di sei possibilità.

Ogni progetto richiede un investimento di capitale (500 milioni per il primo, 2 miliardi per il secondo, 1 per il terzo, 1 miliardo e mezzo per il quarto, 800 milioni per il quinto e 3 miliardi per il sesto). L'impresa è in grado di investire al massimo 5 miliardi. Ogni progetto richiede inoltre l'impiego a tempo pieno di un certo numero di specialisti:

	Progetto 1	Progetto 2	Progetto 3	Progetto 4	Progetto 5	Progetto 6
Tecnici:	5	15	10	8	10	12
Manager:	1	3	2	1	2	5
Revisori di conti:	1	2	1	1	1	2

L'impresa dispone di 30 tecnici, 7 manager e 4 revisori di conti.

L'impresa, inoltre, vuole diversificare le proprie attività. Ogni progetto rientra in un ambito convenzionalmente stabilito (Ambiente, Finanza o Informatica): i progetti 1, 4 e 5 nell'ambito Ambiente, i progetti 2, 3 e 6 nell'ambito Informatica, i progetti 4 e 6 nell'ambito Finanza. La strategia dell'impresa consiste nel non avviare più di due progetti nello stesso ambito.

Da ciascun progetto, l'impresa si attende un certo profitto medio (200 milioni per il primo, 500 per il secondo, 600 per il terzo, 800 per il quarto, 300 per il quinto e 1 miliardo per il sesto).

Si vuole massimizzare il profitto medio, tenendo conto dei vincoli di budget, di personale e di diversificazione.

- Si formuli il problema in termini di programmazione matematica indicando chiaramente le variabili di decisione, la funzione obiettivo e i vincoli.
- si scriva il corrispondente listato MPL senza trascurare alcuno degli elementi essenziali per la sua validità (judici, parole chiave, ecc...).

### Problema 5

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & -x_1 + x_2 \leq 0 \\ & 6x_1 + 2x_2 \leq 21 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ intere} \end{aligned}$$

con il tableau ottimo del rilassamento continuo

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$-3/4$	0	0	$1/2$	0	$1/4$
$11/4$	1	0	$-1/2$	0	$1/4$
$9/4$	0	1	$3/2$	0	$-1/4$
$1/2$	0	0	$-2$	1	$-1/8$

- 
- a) Descrivere brevemente l'idea dei metodi di taglio.

Il problema di taglio consiste nel trovare un insieme di restrizioni che escludono i punti non interi del piano delle soluzioni del rilassamento continuo, ma che non escludano la soluzione ottima.

- b) Determinare il taglio di Gomory associato alla variabile in base con la parte frazionaria più vicina a 0.5

- c) Esprimere il taglio di Gomory in funzione delle variabili di decisione  $x_1$  e  $x_2$  e rappresentarlo graficamente con gli altri vincoli che determinano la regione ammissibile del programma lineare intero.

- d) Quale algoritmo conviene utilizzare per ottenere la soluzione ottima del rilassamento cauzionale del problema con il nuovo vincolo? Motivare la risposta.