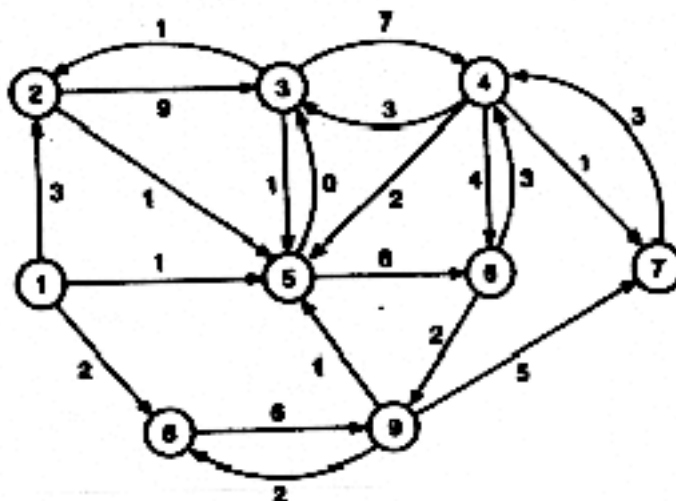


TEMI D'ESAME FRO D (prima parte del corso)
Problemi 6-10

Problema 6

Determinare i cammini minimi dal nodo 1 a tutti gli altri nodi del seguente grafo:

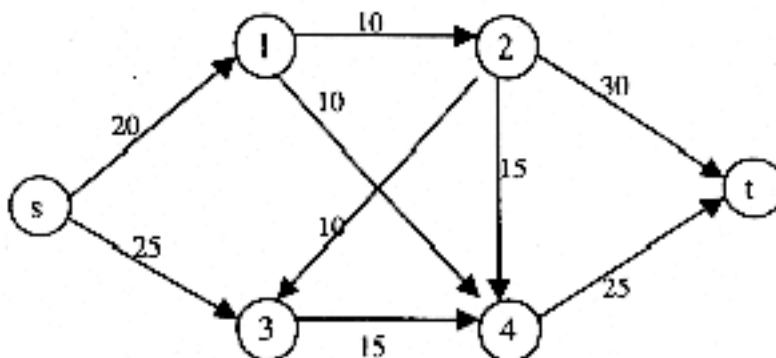


a) Descrivere brevemente (massimo 5 righe) l'algoritmo utilizzato. Indicare, motivando, il suo ordine di complessità.

b) Riportare per ogni nodo la lunghezza del cammino minimo dal nodo 1 a quel nodo.

Problema 7

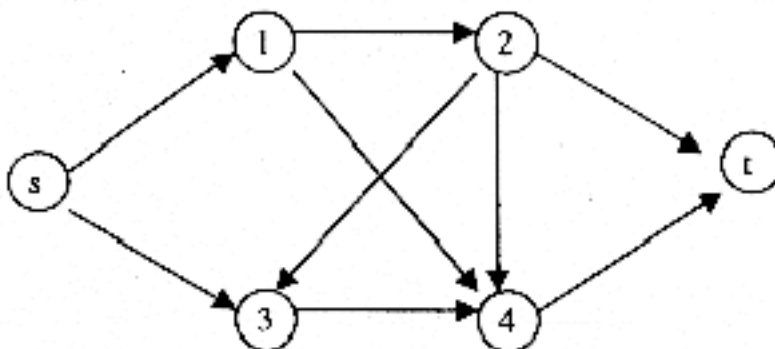
Sia la seguente rete di flusso in cui i valori indicati accanto a ciascun arco rappresentano le rispettive capacità.



Determinare il valore massimo del flusso che si può inviare da s a t partendo dal flusso ammissibile iniziale in cui 10 unità vengono instradate lungo il cammino s, 1, 2, 3, 4, t.

Riportare:

- Il valore del flusso massimo: _____.
- La rete finale con i valori dei flussi su tutti gli archi.



- La sequenza dei cammini utilizzati per inviare le unità aggiuntive di flusso ed il relativo incremento di flusso.

Cammino : _____ incremento: _____

Cammino : _____ incremento: _____

Cammino : _____ incremento: _____

Cammino : _____ incremento: _____

Quale proprietà dei flussi ammissibili garantisce che il flusso ottenuto sia di valore massimo?
Spiegare perché.

Problema 8

Si consideri il grafo orientato in cui gli archi hanno capacità superiore riportata nella seguente tabella:

	a	b	c	d	e	f	t
s	20	15	-	-	-	-	-
a	-	5	8	-	7	-	-
b	-	-	-	17	9	-	-
c	-	5	-	-	-	-	-
d	-	-	3	-	-	-	18
e	-	-	-	1	-	11	-
f	9	-	-	-	-	-	14

- Si determini con l'algoritmo di Ford-Fulkerson un *flusso di valore massimo* da s a t . Indicare tutti i passaggi.
- Si trovi un *taglio di capacità minima* e si spieghi la relazione tra un tale taglio e un flusso di valore massimo.
- Si supponga che tutti i valori delle capacità siano interi. Dare un limite superiore sul valore massimo di un flusso da s a t in funzione della capacità massima K_{\max} . Dedurre da questo limite superiore la complessità della versione dell'algoritmo di Ford-Fulkerson che utilizza esplicitamente le reti incrementali (in funzione del numero di archi m e di K_{\max}). Spiegare perché.

Problema 9

Un'azienda intende iniziare la produzione di un nuovo prodotto P. Ogni unità di prodotto P si ottiene assemblando un'unità di prodotto P_1 e una di prodotto P_2 . Prima che la produzione di ciascun prodotto possa avere inizio devono essere acquistate le materie prime e deve essere addestrato il personale. L'addestramento è diverso per le linee di produzione dei prodotti P_1 e P_2 (l'assemblaggio non richiede addestramento), mentre le materie prime necessarie alle due linee vengono acquistate assieme. L'addestramento e l'acquisto di materie possono venire effettuati anche in parallelo. Prima che i prodotti P_1 e P_2 possano essere assemblati i prodotti P_2 devono essere ispezionati. Al termine dell'assemblaggio i prodotti P devono essere collaudati e successivamente stoccati nelle aree predisposte. L'elenco delle attività con le relative durate è il seguente:

Attività	Durata
A) acquisto materie prime	9
B) addestramento linea P_1	10
C) addestramento linea P_2	5
D) produzione prodotto P_1	8
E) produzione prodotto P_2	7
F) ispezione prodotto P_2	4
G) assemblaggio	6
H) collaudo prodotto P	5
I) stoccaggio	2

- Indicare per ciascuna attività le eventuali attività che la precedono. Definire il grafo del progetto.
- Determinare mediante l'algoritmo CPM l'istante minimo di completamento del progetto ed il possibile slittamento di ciascuna attività.
- Indicare l'ordine di complessità dell'algoritmo CPM in funzione del numero di archi del grafo. Spiegare perché.

Problema 10

Un'azienda sta attivando un progetto composto da 8 attività, indicate con le lettere da A a H. La tabella riporta la durata di ogni attività e le relazioni di precedenza fra le attività.

Attività	A	B	C	D	E	F	H	G
Predecessori	---	A	B	B	C	B, E	D, F	B
Durata	2	8	4	4	3	8	8	2

a. Disegnare il grafo orientato che rappresenta il progetto indicando gli istanti al più presto e al più tardi di realizzazione degli eventi associati ad ogni vertice.

b. Determinare la durata complessiva minima del progetto e lo slittamento di ciascuna attività.

c. Individuare le attività critiche.

d. Rappresentare il diagramma di Gantt al più tardi (ogni attività viene completata il più tardi possibile)

