

TEMI D'ESAME FRO D (prima parte del corso)

Problemi 1-5

Problema 1

Un'azienda produce due articoli A e B che consentono un profitto per ogni pezzo venduto di rispettivamente 30 e 10 euro. La lavorazione di ciascun articolo di tipo A richiede due unità di materia prima M e produce sei unità di sottoprodotto P, mentre ciascun articolo di tipo B richiede una unità di M e tre unità di P. In magazzino sono disponibili 4.000 unità di M e 10.000 unità di P.

Il 10% delle confezioni dell'articolo A e il 20% di quelle dell'articolo B contengono un omaggio a sorpresa. Il numero degli omaggi inseriti nelle confezioni prodotte non deve essere inferiore a 400. Si suppongano accettabili soluzioni frazionarie.

Formulare un modello di programmazione lineare che permetta di massimizzare i profitti.

Problema 2

Un negozio di informatica dispone di un servizio di assistenza che ha in un certo periodo un'eccedenza di riparazioni di 16 stampanti, 7 PC e 27 scanner. Il proprietario decide di impegnare temporaneamente due tecnici A e B, i quali sono in grado di riparare in una giornata lavorativa rispettivamente 3 stampanti, 1 PC e 3 scanner (tecnico A) e 2 stampanti, 1 PC e 5 scanner (tecnico B), e costano rispettivamente 75 e 60 euro al giorno.

Formulare un modello di programmazione lineare che permetta al proprietario di determinare come impiegare i due tecnici.

Problema 3

Un'azienda pubblicitaria deve svolgere un'indagine di mercato per lanciare un nuovo prodotto. L'indagine deve essere svolta telefonicamente, contattando un campione significativo di persone così composto:

| tipo persone | donne sposate | donne non sposate | uomini sposati | uomini non sposati |
|--------------|------------------|----------------------|-------------------|-----------------------|
| numero | ≥ 150 | ≥ 110 | ≥ 120 | ≥ 100 |

Le telefonate possono essere effettuate al mattino (con costo operativo per l'azienda di 1000 L/tel.) e alla sera (con costo di 1600 L/tel.). Le percentuali di persone mediamente raggiunte sono le seguenti:

| Chi risponde | mattino | sera |
|--------------------|---------|------|
| donne sposate | 30% | 30% |
| donne non sposate | 10% | 20% |
| uomini sposati | 10% | 30% |
| uomini non sposati | 10% | 15% |
| nessuno | 40% | 5% |

Si vede che le telefonate serali sono più costose ma permettono di raggiungere un maggior numero di persone: solo il 5% delle telefonate è "a vuoto". Si vuole minimizzare il costo complessivo delle telefonate da effettuare (mattina/sera) in modo da raggiungere un campione significativo di persone.

Formulare il problema in termini di programmazione matematica.

Problema 4

1) Dato un grafo $G=(V,E)$, cos'è un albero di supporto? Quanti lati contiene un albero con n nodi? Motivare

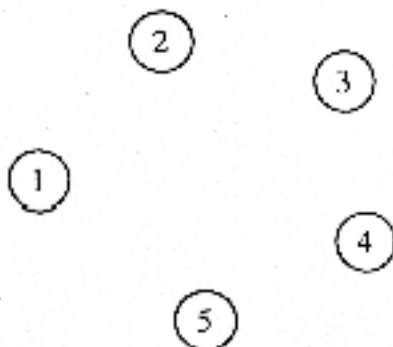
2) Risolvere mediante l'algoritmo di Kruskal il problema di connettere a costo minimo cinque centri di calcolo. Nella tabella sono indicati i costi dei collegamenti fra ogni coppia di centri.

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| | 17 | 16 | 18 | 17 |
| 17 | | 12 | 10 | 16 |
| 16 | 12 | | 13 | 15 |
| 18 | 10 | 13 | | 15 |
| 17 | 16 | 15 | 15 | |

a) Descrivere brevemente (massimo 3 righe) l'algoritmo di Kruskal.

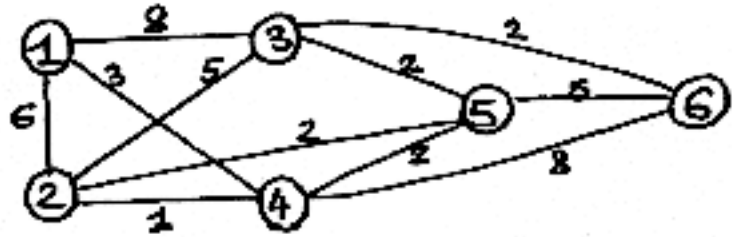
b) Riportare il valore della soluzione ottima:

c) l'albero ottimo:



Problema 5

Sia il grafo non orientato



con un costo (lunghezza) assegnato ad ogni lato.

a) Determinare l'albero di supporto di costo minimo e il relativo costo.

Indicare il metodo usato e il suo ordine di complessità in funzione del numero di nodi n e/o di archi m (spiegare brevemente).

Quale condizione di ottimalità permette di verificare facilmente se un dato albero di supporto è di costo totale minimo?

b) Determinare il cammino di lunghezza minima tra il nodo 1 e quello 6.

Indicare il metodo usato e la sua complessità (spiegare).

a) Albero di supporto ottimo:

Metodo e complessità:

Condizione di ottimalità:

b) Cammino minimo:

Metodo e complessità: